

Stochastische Reservierung in der Nichtlebenversicherung –  
Methodik und Anwendung  
Prüfungskolloquium Aktuar SAV 2010



Bern, 19. November 2010  
Marc Sarbach

# Übersicht

## 1. Einführung

- Schadenprozess im Nichtleben
- Wieso stochastische Reservierung?

## 2. Methodik

- Klassifizierung der Risiken
- „1 Jahres Zeithorizont“ Sicht vs „ $\infty$  – Zeithorizont“ Sicht

## 3. Anwendungen

- Schweizer Solvenztest und Solvency 2
- Schwankungsrückstellung nach FINMA RS 2008/42 und Management Information
- IFRS 4 Phase II
- Beispiel mit Bootstrapping

## 4. Persönliche Sicht der Thematik

## 5. Anhang



# Einführung

## Wieso stochastische Reservierung?

### Früher:

Der Aktuar schätzt den Rückstellungsbedarf als Punktschätzer.

### Heute:

Der Aktuar schätzt den Rückstellungsbedarf als Punktschätzer und macht eine Aussage über die Unsicherheit dieser Schätzung.

Solvency 2, SST, FINMA Schwankungsrückstellungen, IFRS 4 Phase 2, Senior Management verlangen heute mehr als nur eine Punktschätzung.

→ Unsicherheit in den Rückstellungen soll quantitativ bewertet werden. ←

# Methodik

## Klassifizierung der Risiken

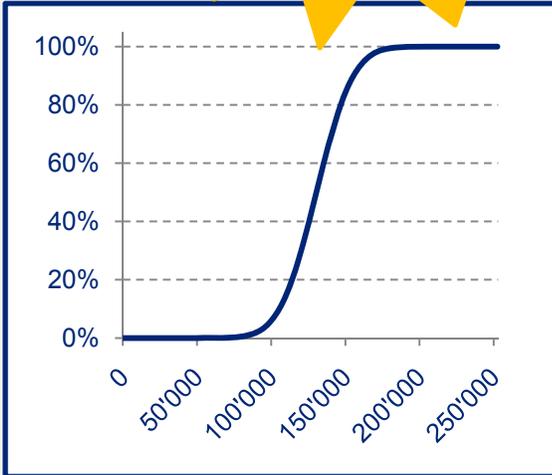
Verteilung / Vco, für gegebenes Modell.  
Mack, Bootstrap, Merz/Wüthrich

**Prozessrisiko**

- Zukünftige Zahlungen sind stochastisch.
- Unsicherheit im Schadenprozess.

**Parameterrisiko**

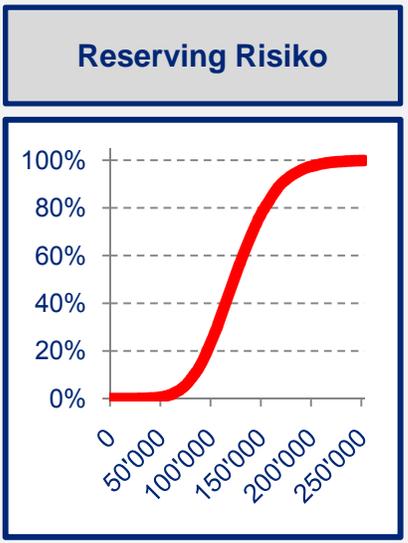
- Unbekannte Parameter müssen geschätzt werden.



Die meisten hören hier auf!

**Modellrisiko**

- Passt das Modell zu den Daten und zum Problem?

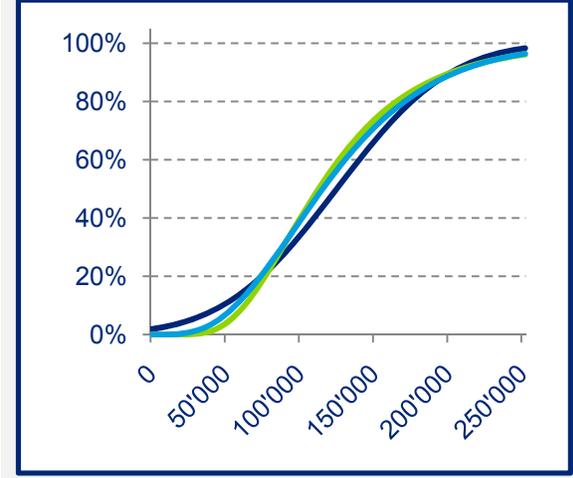


Asbest, HWS, ???

**Änderungsrisiko**

- Die Schätzung der Rückstellung basiert auf statistischen Daten und der Annahme, dass sich die Zukunft ähnlich verhalten wird.

Szenario 1	Szenario 2	Szenario 3



Vergleich der Modelle

# Methodik

## 1 Jahres Zeithorizont vs $\infty$ - Zeithorizont Sicht

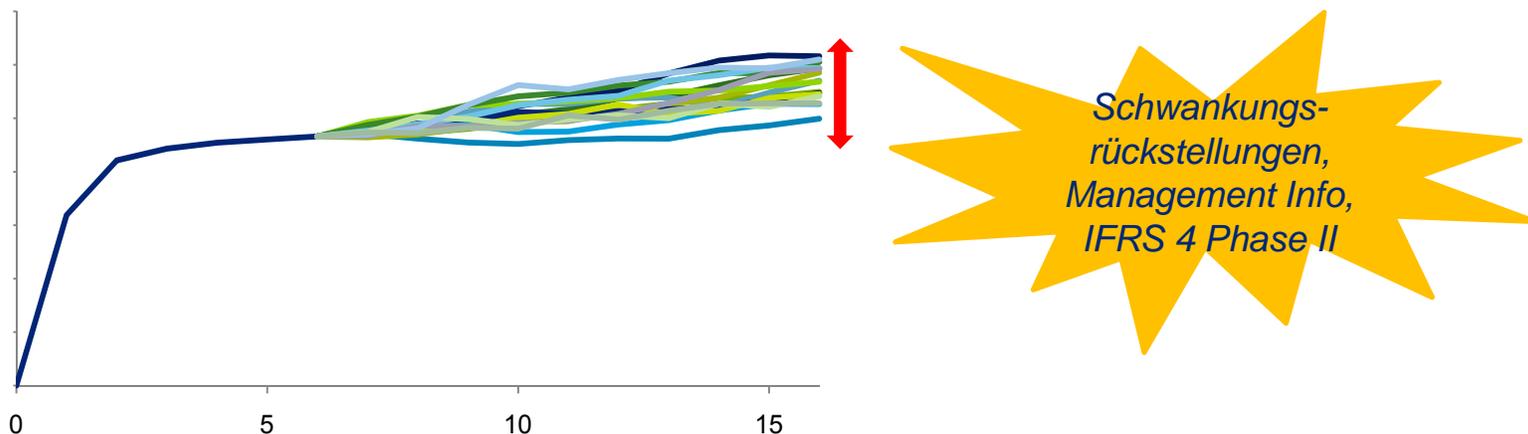
- 1 Jahres Zeithorizont:

- Wie verändert sich die Prognose des Bedarfs, wenn sich die darunterliegende Information verändert?



- $\infty$  – Zeithorizont:

- Wie unsicher ist die Prognose des Bedarfs im Verhältnis zum tatsächlichen Gesamt-Schadenaufwand?

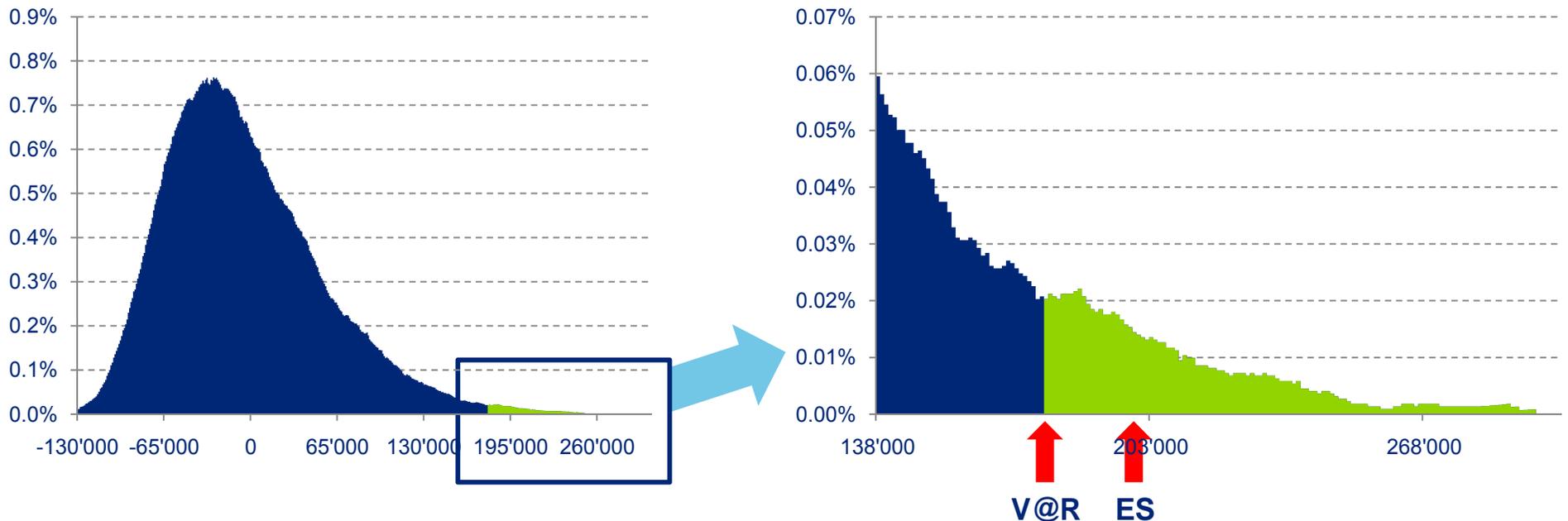


# Anwendungen

## Schweizer Solvenztest und Solvency 2

- Risikobasiertes Solvenzsystem in der Schweiz (SST) und Europa (S2).
- Schaden-Abwicklungsrisiko als Teil des Versicherungstechnischen Moduls.
- Einjähriges Risikokapitalmodell plus Risikomarge zur Abschätzung des zukünftigen Kapitalbedarfs.

Analyse von adversen Ereignissen, welche die Kapitalisierung einer Versicherung massgeblich beeinflussen:



# Anwendungen

## Schwankungsrückstellung nach FINMA RS 2008/42 und Management Information

### Artikel 14 FINMA RS 2008/42:

Die Sicherheits- und Schwankungsrückstellungen umfassen alle Beträge, die zum Ausgleich von **ungünstigen Abwicklungsergebnissen** der versicherungstechnischen Bedarfsrückstellungen und von **Schwankungen im Schadenaufwand** dienen.

### Management Information:

#### Beispiel 1:

Die Rückstellung soll derart sein, dass sie nur bei einem 200-Jahre Ereignis nicht mehr genügt.

- **Rückstellung =  $\text{VaR}_{99.5\%}$ (Reserve Verteilung)**

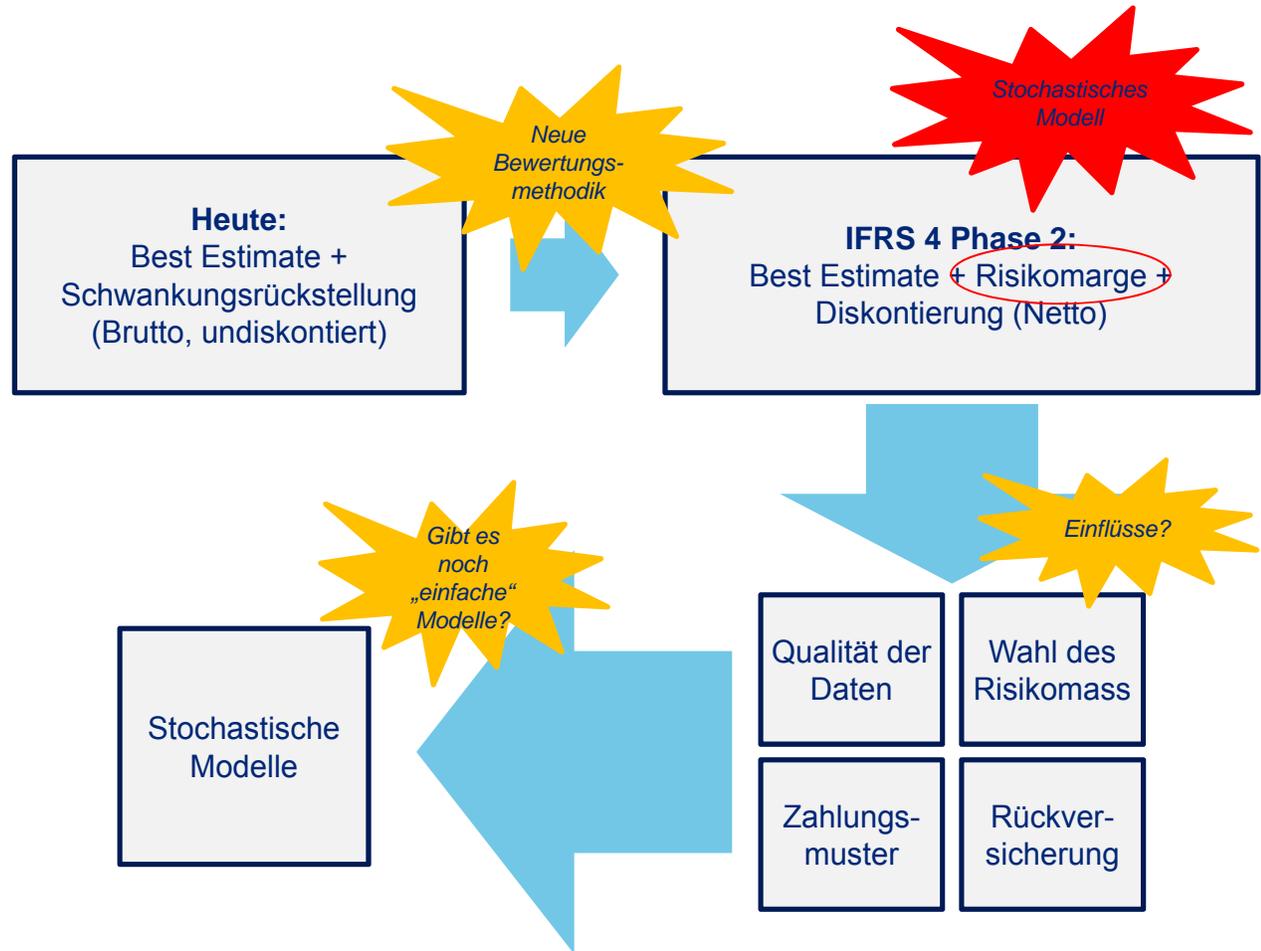
#### Beispiel 2:

Die Rückstellung soll derart sein, dass auch nach einem mittleren Jahrhundertereignis die Geschäftstätigkeit in gewohntem Umfang weitergeführt werden kann.

- **Rückstellung =  $2 \cdot \text{ES}_{99\%}$ (Reserve Verteilung)**

# Anwendungen

## IFRS 4 Phase II

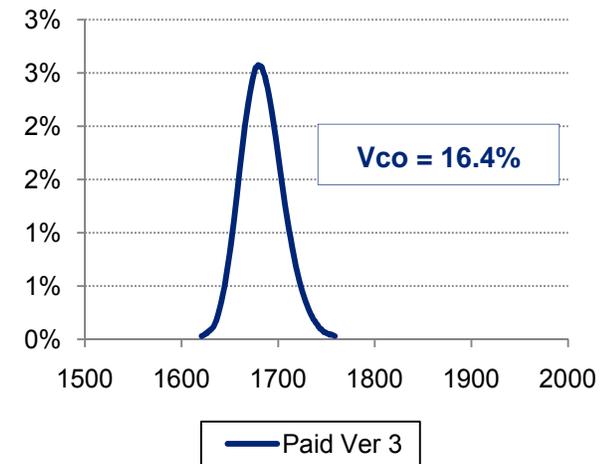
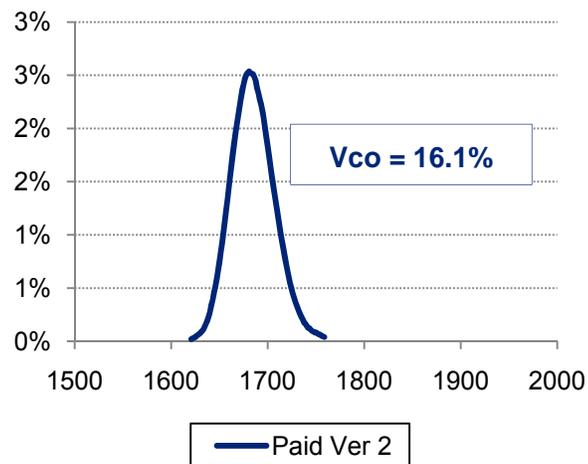
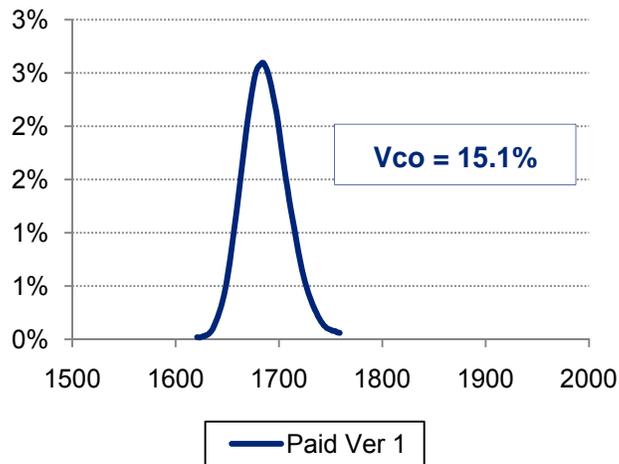


# Anwendungen

## Beispiel mit Bootstrapping

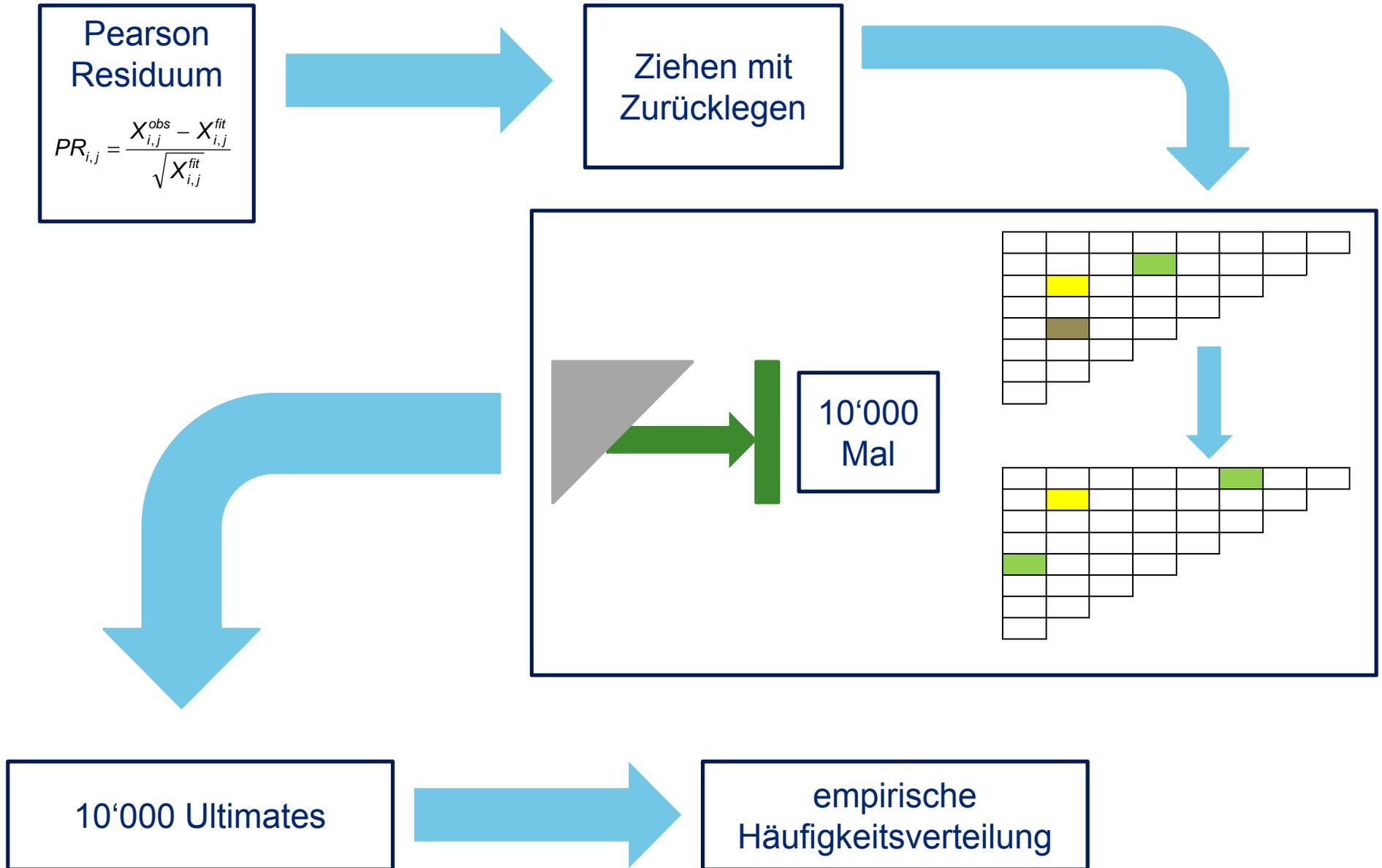
- **MF Haftpflicht Versicherung**
- 3 Modelle, Analyse des ultimativen Schadens:
  - Version 1: sechs Kalenderjahre Information;
  - Version 2: zehn Kalenderjahre Information; und
  - Version 3: drei Kalenderjahre Information werden verwendet.

Für jede Version wird die Bootstrap Verteilung bestimmt:



# Anwendungen

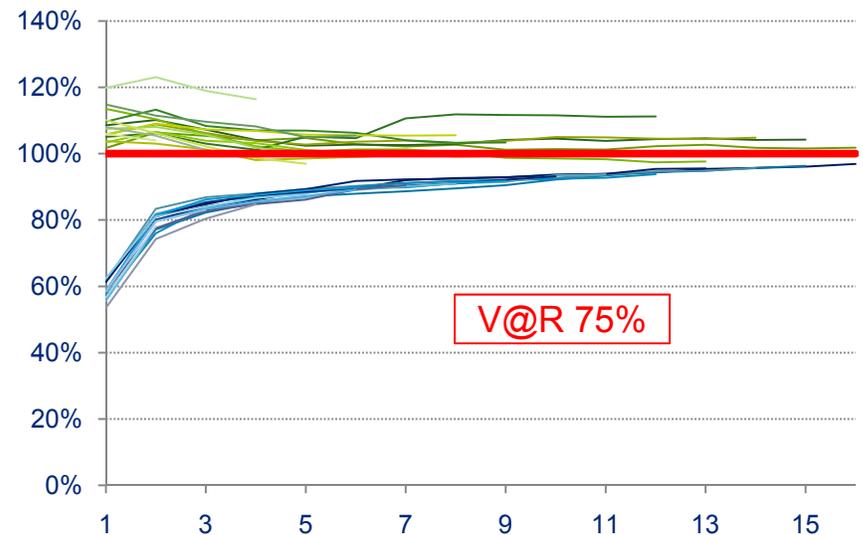
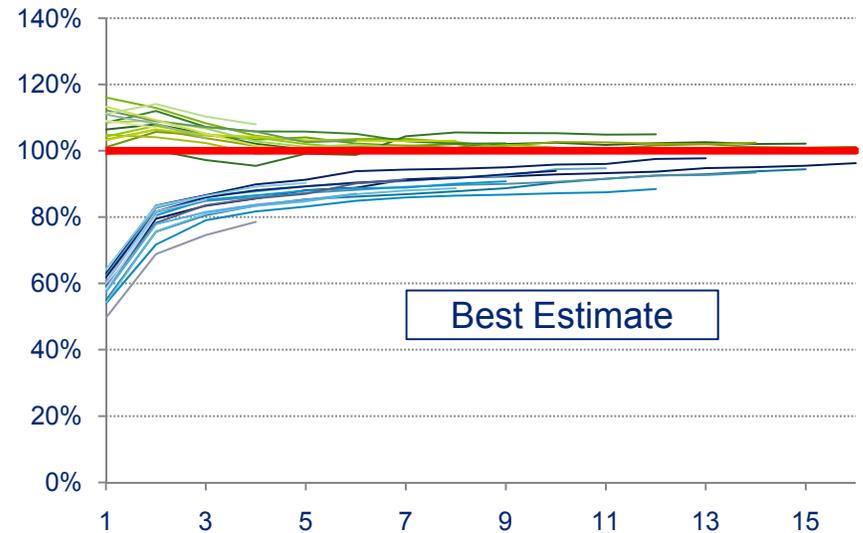
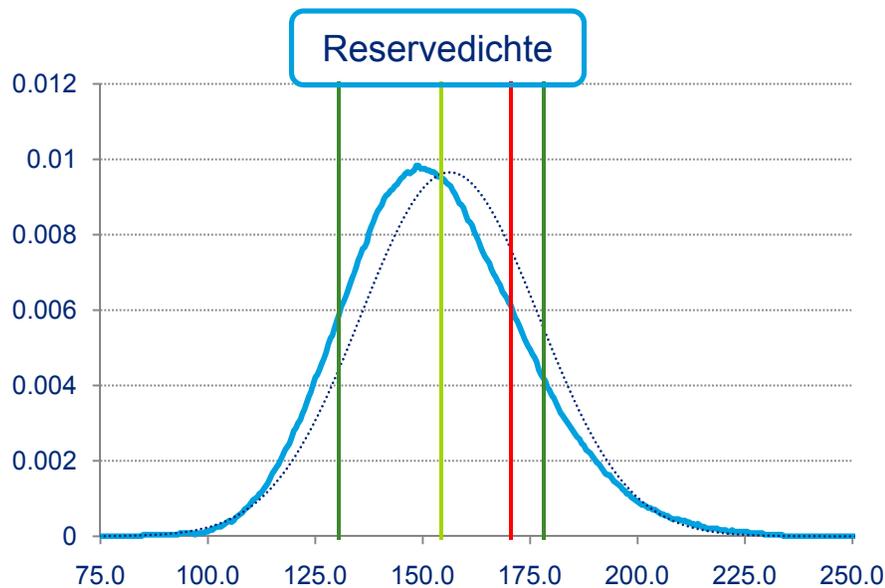
## Beispiel mit Bootstrapping



# Anwendungen

## Beispiel mit Bootstrapping

- 3 Verschiedene Modelle mit Apriori Wahrscheinlichkeiten.
- Wahl:
  - Methode 1 (6 J.) 1/3
  - Methode 2 (10 J.) 1/3
  - Methode 3 (3 J.) 1/3
- Man kann die Meinung verschiedener Personen zusammenführen oder Apriori gleichverteilt annehmen.



# Persönliche Sicht der Thematik

## Eigene Erfahrung über stochastische Reserving Modelle

- Verwendung von stochastischen Modellen hilft das Problem besser zu verstehen. Stochastische Methoden sind nicht Methoden um die Schätzung der Rückstellungen zu verbessern, sondern um deren Unsicherheit zu bestimmen.
- Einfache Modelle sollten verwendet werden → Interpretation der Resultate.
- Es braucht einen erfahrenen Chief Reserving Actuary der die Regeln für die Modelle vorgibt. Dann muss man sich daran halten!
- Die Forschung sollte noch konkretere Probleme angehen.
- Schadeninflation, das FX-Problem (Gruppen und Rückversicherungen) und Korrelation zwischen verschiedenen LoBs werden immer noch schlecht verstanden.
- Man prüft die Modellannahmen nicht.

# Persönliche Sicht der Thematik

## Vorteile

- Stochastische Reservierung ist ein gutes Kommunikationsmittel, ein Vertrauensintervall ist leichter zu erklären als ein Punktschätzer.
- Der Risikoappetit des Senior Managements schlägt sich in der Wahl des Vertrauensintervalls nieder.
- Transparenz in der Reservierung, Senior Management erhält Einsicht in die Unsicherheit der Modelle.
- Explizite Möglichkeit über zukünftige Szenarien nachzudenken.

## Nachteile

- Man kann schnell Resultate finden, welche auf den ersten Blick Sinn machen aber bereits einem zweiten Blick nicht standhalten!
- Moderne Reserving Tools haben viele Stellschrauben. Ein komplexes Problem wird durch ein komplexes Modell nicht einfacher!
- Anwendung stochastischer Modelle braucht viel Erfahrung.

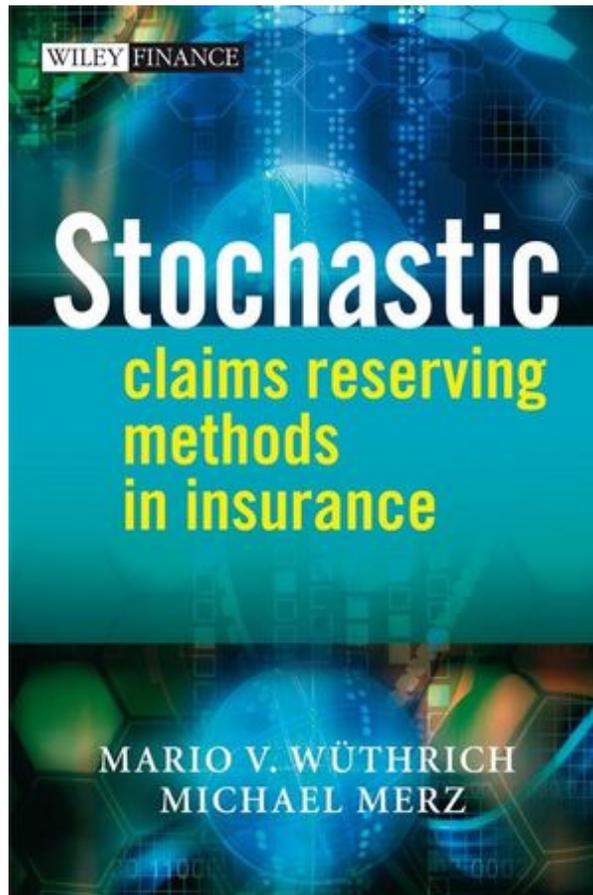
## Ausblick

- Der Einfluss von Solvency 2 und IFRS 4 Phase II werden in Zukunft noch einen grösseren Einfluss auf die Reservierung haben.

# Anhang

# Anhang

## Stochastische Schadenreservierung



### **Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance**

von  
Mario V. Wüthrich  
Michael Merz

Eine umfassende Übersicht, welche weit über die in der Praxis gängigen Methoden hinausgeht.

Wer sich mit stochastischer Reservierung befasst kennt dieses Buch.

# Anhang

## Quantifizierung von Prozessfehler und Parameterschätzfehler

Mean Square Error of Prediction (msep)  
Der mittlere (bedingte!) quadratische Schätzfehler:

$$msep_{\hat{X}|D_I}(\hat{X}) = E \left[ (\hat{X} - X)^2 \mid D_I \right] = \text{Var}[X \mid D_I] + (\hat{X} - E[X \mid D_I])^2$$

### Prozessfehler

Repräsentiert den stochastischen Fehler des “wahren” Schadenprozesses. Der Zufall.

### Parameterschätzfehler

Repräsentiert den Fehler in der Schätzung der Parameter des Modells.

# Anhang

## Verteilungsfreies Chain Ladder Modell

### Modellannahmen

$C_{i,j}$  sind unabhängig für verschiedene Schadenjahre  $i$ .  $(C_{i,j})_{j \geq 0}$  ist eine Markovkette. Es existieren Konstanten  $f_0, \dots, f_{J-1} > 0$  und  $\sigma_0^2, \dots, \sigma_{J-1}^2 > 0$  so, dass  $\forall 0 \leq i \leq I$  und  $1 \leq j \leq J$  gilt:

- $E[C_{i,j} | C_{i,j-1}] = f_{j-1} \cdot C_{i,j-1}$ ,
- $Var[C_{i,j} | C_{i,j-1}] = \sigma_{j-1}^2 \cdot C_{i,j-1}$ .

### Parameter-Schätzer:

- $\hat{f}_j = \sum_{i=0}^{I-j-1} \frac{C_{i,j}}{\sum_{k=0}^{I-j-1} C_{k,j}} \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ ,
- $\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2$ .

### CL-Schätzer:

- $\hat{C}_{i,J}^{CL} = C_{i,I-i} \cdot \hat{f}_{I-i} \cdot \dots \cdot \hat{f}_{J-1}$ ,
- $msep_{C_{i,j}|D_I}(\hat{C}_{i,j}^{CL}) = E \left[ (\hat{C}_{i,j}^{CL} - C_{i,j})^2 | D_I \right] = Var[C_{i,j} | D_I] + (\hat{C}_{i,j}^{CL} - E[C_{i,j} | D_I])^2$

### Schätzer für Prozessfehler und Parameterschätzfehler (pro Schadenjahr):

- $\widehat{Var}[C_{i,j} | D_I] = (\hat{C}_{i,j}^{CL})^2 \cdot \sum_{j=I-i}^{J-1} \frac{\hat{f}_j^2}{\hat{C}_{i,j}^{CL}}$ ,
- $(\hat{C}_{i,j}^{CL} - E[\widehat{C}_{i,j} | D_I])^2 = (\hat{C}_{i,j}^{CL})^2 \left[ \prod_{j=I-i}^{J-1} \left( \hat{f}_j^2 + \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}} \right) - \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{f}_j^2 \right]$ .

Aufgrund der Wichtigkeit von Chain Ladder, hier eine „etwas“ kondensierte Sicht.

# Anhang

## Quantifizierung des Abwicklungsrisikos



Abwicklungsergebnis

$$\widehat{CDR}_i(I+1) = \hat{R}_i^{D_I} - (X_{i,I-i+1} + \hat{R}_i^{D_{I+1}})$$

$$\begin{aligned}\widehat{CDR}_i(I+1) &= \hat{R}_i^{D_I} - (X_{i,I-i+1} + \hat{R}_i^{D_{I+1}}) \\ &= (\hat{R}_i^{D_I} + C_{i,I-i}) - (X_{i,I-i+1} + \hat{R}_i^{D_{I+1}} + C_{i,I-i}) \\ &= (\hat{C}_i^I - \hat{C}_i^{I+1})\end{aligned}$$

Unsicherheit des Abwicklungsergebnisses

$$mse_{\widehat{CDR}_i(I+1)}(0) = E \left[ (\widehat{CDR}_i(I+1) - 0)^2 \mid D_I \right] = E \left[ (\hat{C}_i^I - \hat{C}_i^{I+1})^2 \mid D_I \right]$$